

מתמטיקה למנהלים ב

פרק 19 - קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים

תוכן העניינים

1. קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים

קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים

שאלות

עבור כל אחת מהfonקציות בשאלות 1-7, מצאו נקודות קרייטיות וסווגו אותן למקסימום, מינימום או אוכף:

$$f(x, y) = 8x^3 + 12xy + 3y^2 - 18x \quad (1)$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20 \quad (2)$$

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 4 \quad (3)$$

$$f(x, y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4 \quad (4)$$

$$f(x, y) = e^{4y-x^2-y^2} \quad (5)$$

$$f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y \quad (6)$$

$$f(x, y) = \frac{x^2y^2 - 8x + y}{xy} \quad (7)$$

(8) נתון משטח $z = x^3 + y^3 - 3xy + 4$. מצאו את משוואות המשוררים המשיקים האופקיים למשטח.

(9) מבין כל התיבות הפתוחות שנפחו 32 סמ"ק, חשבו את ממדי התיבה ששטח הפנים שלה הוא מינימלי.

(10) יצרן מוכר מחשבונים, בארץ ובסין. עלות הייצור של מחשבון בארץ היא \$6 ועלות הייצור מחשבון בסין היא \$.8. מנהל השיווק אומד את הביקוש Q_1 למחשבון בארץ, ואת הביקוש Q_2 למחשבון בסין, על ידי: $Q_1 = 116 - 30P_1 + 20P_2$, $Q_2 = 144 + 16P_1 - 24P_2$, $P_1 = P_2$. כיצד צריכה החנות לקבוע את מחירי המחשבונים, P_1 ו- P_2 , על מנת למקסם את הרווח? מהו רוחץ זה?

11) נתונה הפונקציה $f(x, y) = x^2 + y^2 + axy$.

א. הוכיחו שהנקודה $(0,0)$, היא נקודת קרייטית.

ב. בעזרת מבחן הנזרת השנייה, קבעו עבור אילו ערכים של a , הנקודה מסעיף א' היא מקסימום, מינימום, אוכף, או שלא ניתן לדעת.

תשובות סופיות

1 אוכף ; $(-0.5, 1)$ מינימום.

2 מינימום ; $(1, -2)$, $(-1, 2)$; $(-1, -2)$ מקסימום (1, 2) אוכף.

3 אוכף ; $(0, 0)$ מינימום. $(1, 1)$

4 אוכף. $(-1, 0), (1, 1), (1, -1)$; $(0, 1)$ מקסימום ; $(-1, 1)$ ($-1, -1$) אוכף.

5 מקסימום. $(0, 2)$

6 מקסימום. $(4, 4)$

7 מקסימום. $(-0.5, 4)$

8 $z = 4, z = 3$

9 רוחב 4 ס"מ , אורך 4 ס"מ , גובה 2 ס"מ.

10 $P_1 = 10\$, P_2 = 12\$$ רוח מקסימלי \$288\$.

11) א. שאלת הוכחה. ב. עבור $a = 2, a = -2$, לא ניתן לדעת;

$a > 2, a < -2$ אוכף ; $-2 < a < 2$ – מינימום.